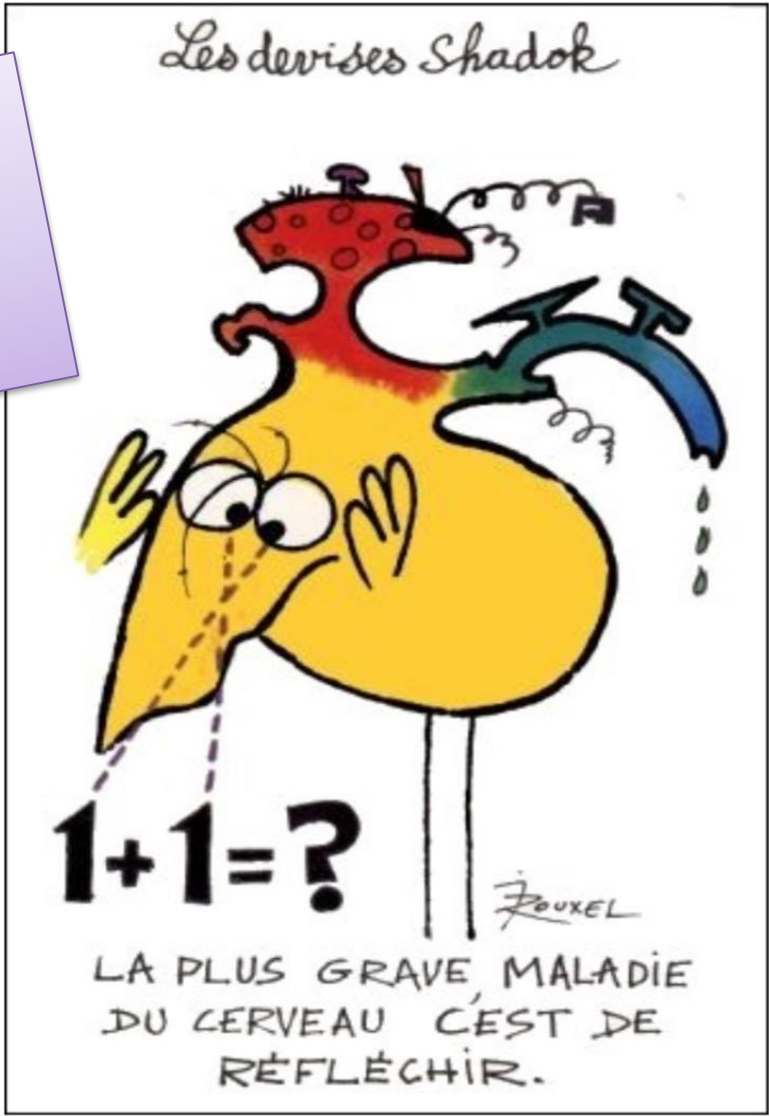


L'enseignement du calcul mental

Comment favoriser l'apprentissage des tables d'addition ?



Ressources utilisées

- **Le calcul mental entre sens et technique.** Denis Butlen.
Presse universitaire de Franche Comté
- **Calcul mental à l'école primaire – Ressources et formation-**
COPIRELEM

Plan

Mise en situation : un peu de calcul... mental...

Quels objectifs pour les élèves ?

La table de Pythagore : quels sont les points d'appui ?

Concevoir une séquence d'apprentissage

Activités et jeux de référence

Mise en situation : un peu de calcul...



27

258

795

121

350



Pour chaque calcul, écrire sa procédure de calcul

Exemples de procédures possibles pour $27 + 9$

Procédures	Analyse
$ \begin{array}{r} 27 \\ +1 \\ \hline 36 \\ -1 \end{array} $	<p>« Visualisation d'un compteur dans la tête »</p> <p>Quand on ajoute 9 à un nombre, le chiffre des dizaine augmente de 1 et celui des unités diminue de 1 (utilisation majoritaire)</p>
$27 + 10 - 1$	<p>Décomposition de 9 en $10 - 1$</p> <p>(utilisation très fréquente)</p>
$27 - 1 + 10$	<p>Cette procédure est présentée comme une variante de la procédure précédente</p>
$27 + 3 + 6$	<p>Décomposition du 9 permettant le passage à la dizaine supérieure</p>

Exemples de procédures possibles pour $27 + 9$

Procédures	Analyse
$20 + 7 + 9$	Décomposition canonique du nombre 27 pour utiliser le fait numérique mémorisé : « $7+9 = 16$ »
$27 \rightarrow 36$	Le nombre 27 est considéré comme 3×9 donc ajouter 9 c'est trouver le multiple suivant (4×9) (procédure peu utilisée)
$27 + 9$ $= 29 + 7$ $= 29 + 1 + 6$	Echange des unités puis décomposition additive du 7 permettant le passage à la dizaine supérieure (procédure peu utilisée)

Synthèse

La multiplicité des
procédures naturelles



Les connaissances
mathématiques
disponibles propres à
chacun.

pertinent



Automatiser une
stratégie pour
ajouter 9



Mais pas la plus
efficace pour tous les
nombres



Quels objectifs pour les élèves?



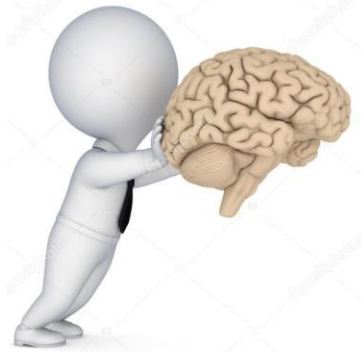
- Développer des habiletés calculatoires et des connaissances numériques
- Développer des capacités dans le cadre de la résolution de problèmes.

Quels objectifs pour les élèves?

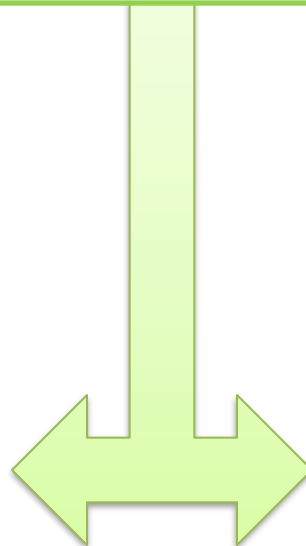
- Développer des habiletés calculatoires et des connaissances numériques

Il s'agit de rendre l'élève capable de :

- Produire rapidement des faits numériques (« tables »)



par récupération en
mémoire



par reconstruction
instantanée

Quels objectifs pour les élèves?

- Développer des habiletés calculatoires et des connaissances numériques

Il s'agit de rendre l'élève capable de :

- Effectuer des calculs en utilisant des procédures de référence

$$8 + \dots = 10$$

$$7 + 5 = \underline{7 + 3} + 2$$

$$4 + 4$$

$$4 + 4 + 1$$

- Résoudre des problèmes oraux simples

Quels objectifs pour les élèves?

- Développer des habiletés calculatoires et des connaissances numériques

Il s'agit de rendre l'élève capable de :

- Effectuer des calculs complexes en mettant en œuvre des procédures variées qui utilisent les propriétés des nombres et des opérations.

$$2 + 7 + 4 + 3 + 6$$

$$2 + 7 + 4 + 3 + 6 \quad \text{Les amis pour faire 10}$$

$$7 + 3 + 6 + 4 + 2 \quad \text{La commutativité de l'addition}$$

Quels objectifs pour les élèves ?

- Développer des habiletés calculatoires et des connaissances numériques



L'exploitation des diverses procédures utilisées par les élèves **pour un même calcul** permet de mettre l'accent sur:



La diversité des raisonnements mobilisés



les **propriétés des nombres et des opérations** **utilisées « en acte »**

Quels objectifs pour les élèves?

- Développer des capacités dans le cadre de la **résolution de problèmes.**

Habilité en calcul mental



« *déterminant de la réussite en résolution de problèmes* »

(Fayol, 2007)

La pratique régulière du calcul mental

Capacités d'initiative des élèves

*Les élèves, en **faisant des essais**, peuvent **explorer rapidement différentes voies de résolution d'un problème.*** »

(Butlen et Pézard, 2000)

Quels objectifs pour les élèves?

- Développer des capacités dans le cadre de **la résolution de problèmes.**

Une pratique régulière est donc une aide à la résolution de problèmes arithmétiques

L'automatisation des calculs et la connaissance de nombreux faits numériques (tables) libèrent l'espace mental pour la résolution de problèmes

Quels objectifs pour les élèves?

- Développer des capacités dans le cadre de **la résolution de problèmes.**

La reconnaissance de la **variété des procédures** utilisables pour les activités de calcul mental



encourage et développe les capacités d'initiative des élèves lors de la résolution de problèmes

(David Ducrocq : créativité ?)

La familiarisation avec les nombres et les calculs élémentaires enrichit les **outils heuristiques** des élèves qui, par exemple, osent remplacer certaines données numériques par des nombres « familiers » pour trouver plus facilement le raisonnement à effectuer.

$$\text{Ex: } 7 + 8 = 7 + 7 + 1$$

La table de Pythagore : quels points d'appui?

Quels sont les points d'appui ?



Combien y en a-t-il ?



Addition Table (0-10)

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20



La table de Pythagore : quels points d'appui?

L'apprentissage des tables d'addition

A l'entrée au CP, l'enseignant doit s'assurer que la suite des nombres jusqu'à 30 et les compléments à 5 sont connus.

Le maître doit introduire le symbolisme, les mots « plus » et « égal » ainsi que la commutativité de l'addition ($3+2 = 2+3$)

Les élèves doivent aussi apprendre à calculer dans le champ des tables d'additions.

La plus grande difficulté rencontrée lors de l'apprentissage des tables d'addition est que, très souvent, les élèves apprennent des résultats qui n'ont pas de sens pour eux.

La table de Pythagore : quels points d'appui?

L'idée est de proposer une démarche d'apprentissage, **fondée sur la relation entre les nombres.**

Cette démarche repose sur un découpage du tableau de Pythagore en différents secteurs.

Elle s'organise en 8 points :

7 familles de résultats

le tableau de Pythagore.



La table de Pythagore : quels points d'appui?

Cette démarche présente les avantages suivants:

Elle installe dès le CP des stratégies de calculs variés (les presque doubles, les additions à retenues) qu'il faut entretenir.

Elle **conforte le travail entrepris en numération** sur l'organisation en paquet de 10

Elle ne présente la structure classique de la table d'addition **qu'en fin de construction** du tableau de Pythagore, les élèves n'apprenant qu'un extrait du tableau (vertical ou horizontal) **que lorsque cela est nécessaire.**

Elle permet de faire aisément le lien avec la numération, la suite des nombres et le comptage

La table de Pythagore : quels points d'appui?

Calcul automatisé: qu'est ce que connaitre ses tables d'additions ?

Connaitre ses tables, c'est:

Donner du sens

Utiliser des points d'appui



La table de Pythagore : quels points d'appui?

Utiliser des points d'appui



LES SEPT FAMILLES DE RESULTATS

1

LES SUIVANTS

Il s'agit de travailler la correspondance entre l'ajout de 1 et le suivant d'un nombre.
Le maître installera le vocabulaire « *précédent – suivant, avant – après, prédécesseur – successeur* ».

Activité(s)

Le suivant :

Ajouter 1. Travailler d'abord avec les nombres un à un puis à deux chiffres de 11 à 16, puis avec tous les nombres à deux chiffres, puis le passage à la dizaine supérieure.

Exemples : 7 + 1 11 + 1 17 + 1 29 + 1

2

LES REGLES DE NUMERATION

Il faut installer des connaissances en automatisant la correspondance entre les trois formes de présentation des nombres (nom du nombre, écriture chiffrée, collection).
La difficulté tient au fait que le nom des nombres de onze à seize ne reflète pas leur écriture.
Il faut travailler la rapidité de la correspondance entre collection et le nom du nombre.

Activité(s)

La numération :

10 + 1 10 + 2 10 + 3.....10 + 9 10 + 10
1 + 10 2 + 10 3 + 10.....9 + 10 10 + 10

La table de Pythagore : quels points d'appui?



Utiliser des points d'appui

3

LES DOUBLES

Travaillée parfois comme une comptine, la mémorisation des doubles des premiers entiers jusqu'à 10 ne présente pas de difficulté majeure et est en général rapide.

Activité(s)

Les doubles :

$$1 + 1 \quad 2 + 2 \quad 3 + 3 \quad 4 + 4 \quad 5 + 5$$

$$6 + 6 \quad 7 + 7 \quad 8 + 8 \quad 9 + 9 \quad 10 + 10$$

L'enseignant entretiendra l'automatisation des résultats à l'aide de l'activité « Une minute chrono ».

4

LES COMPLEMENTS A 10

La connaissance des compléments à 10 est un passage obligé pour l'ensemble des activités numériques du cycle 2. Il faut installer cette connaissance et l'entraîner tout au long de l'année de CP. La stabilisation de cet apprentissage garantit une bonne maîtrise de la numération décimale.

Activité(s)

Les compléments à 10 :

$$1 + 9 \quad 2 + 8 \quad 3 + 7 \quad 4 + 6 \quad 5 + 5 \quad 9 + 1$$

$$8 + 2 \quad 7 + 3 \quad 6 + 4$$

Pour entraîner cette connaissance, il sera possible de proposer les activités suivantes « Une minute chrono », « Compléments à 10 ».



La table de Pythagore : quels points d'appui?

5

LES PRESQUE DOUBLES

Dans le tableau de Pythagore, les presque doubles se situent sur les lignes placées juste au-dessus et juste en-dessous de la diagonale des doubles.
Une fois les doubles installés, le maître propose un calcul rapide de presque double et demande aux élèves de trouver une stratégie pour obtenir le résultat.

Exemples : $6 + 5 = 6 + 6 - 1 = 12 - 1 = 11$

$6 + 5 = 1 + 5 + 5 = 1 + 10 = 11$

Il faudra valoriser ces deux stratégies et les faire vivre dans la classe.

Activité(s)

Les presque doubles :

$1 + 2$	$2 + 3$	$3 + 4$	$4 + 5$	$5 + 6$	$6 + 7$
$7 + 8$	$8 + 9$				
$2 + 1$	$3 + 2$	$4 + 3$	$5 + 4$	$6 + 5$	$7 + 6$
$8 + 7$	$9 + 8$				

Pour entraîner cette connaissance, il sera possible de proposer les activités suivantes « Une minute chrono », « Loto ».

6

LES PASSAGES PAR LE PAQUET DE 10

Le passage par le paquet de 10 se met en place parallèlement au travail de dénombrement mené en résolution de problèmes : on y organise les collections en paquets de 10 pour les dénombrer plus facilement. Il est indispensable de faire acquérir cette stratégie, notamment aux élèves en difficulté. C'est en l'enseignant et en la faisant répéter systématiquement qu'elle va devenir un automatisme.

Activité(s)

Le passage par 10 :

$4 + 7$	$3 + 8$	$2 + 9$	$3 + 9$	$4 + 8$	
$5 + 7$	$6 + 8$	$8 + 4$	$8 + 6$	$9 + 3$	$7 + 4$

Pour entraîner cette connaissance, il sera possible de proposer les activités suivantes « Une minute chrono », « Loto ».

La table de Pythagore : quels points d'appui?

7

LE SURCOMPTAGE AVEC UTILISATION DE LA COMMUTATIVITÉ +1, +2, +3



8

LE TABLEAU DE PYTHAGORE POUR L'ADDITION

C'est le dernier temps de l'apprentissage : sa construction en classe permet la synthèse des connaissances et des stratégies de calculs présentées ci-dessus et facilite leur mémorisation pour les élèves.

*D'après « Fort en calcul mental ! ~ Connaissances et stratégies pour réussir »
Christophe BOLSIUS – SCEREN CRDP Lorraine*

La table de Pythagore : quels points d'appui?

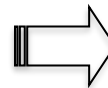
Calcul automatisé: qu'est ce que connaitre ses tables d'additions ?

Connaitre ses tables, c'est:

Donner du sens

Utiliser des points d'appui

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										



Les suivants



Les doubles



Les amis pour faire 10



La numération



Les « presque » doubles



Le passage par 10



Le surcomptage avec utilisation de la commutativité (+1, +2, +3)



La table de Pythagore : quels points d'appui?

Synthèse... qu'est ce que connaitre ses tables d'additions ?

Conditions de MÉMORISATION

- Compréhension de l'opération en jeu:
 - Représentations mentales du calcul à effectuer
- Prise de conscience de la nécessité d'un répertoire :
 - Recenser les résultats connus
 - Compléter et organiser le répertoire
- Capacité à élaborer les résultats connus pour en construire d'autres
 - Avoir des **points d'appui: étape décisive dans la mémorisation**
- Entraînement des résultats mémorisés:
 - Diversité des représentations mises en jeu
 - Disponibilité des résultats



Même s'il est indispensable, l'entraînement n'est pas le seul ressort de la mémorisation

Les types de séances

1-Séance d'apprentissage, étape d'explicitation

2-Séance d'entraînement

3-Séance de réinvestissement

4-Séance d'évaluation

+ Séances de révision



Les types de séances

1-Séance d'apprentissage, étape d'explicitation:

Ex:

-Expliciter une stratégie : ajouter 9, les presque doubles

→ Production **d'un écrit** pour expliciter les stratégies.

→ *Des séances sur un temps plus long (25 - 30min)*

Les types de séances

2-Séance d'entraînement:

- Utiliser une règle déjà construite
- Restituer des résultats mémorisés
- Accroître la vitesse de restitution

→ *Des séances courtes et fréquentes (15min)*

Les types de séances

3-Séance de réinvestissement:

- Mobiliser les connaissances dans d'autres contextes : dans les problèmes, sur d'autres supports (jeux)

→ *Des séances de durée moyenne (20-30min)*

Les types de séances

4-Séance d'évaluation:

- En fonction des connaissances, varier les formes d'évaluation (ceintures....)

→ *Des séances de durée variable (5-15 min)*

+ Séances de révision

- 3 semaines après : faire le point et réinvestir ce qui a été vu.



Une séance possible avec les assortiments didactiques

Comment ?

Par exemple, proposer des assortiments didactiques



Une séance possible avec les assortiments didactiques

Comment ? Par exemple, proposer des assortiments didactiques

Objectif de l'enseignant: Permettre à ses élèves de, simultanément,

-rencontrer quatre formules* nouvelles: $5+6$; $6+7$; $5+7$; $6+8$

-réactiver cinq formules connues : $5+5$; $6+6$; $7+3$; $6+4$; $8+2$ pour les insérer dans

un raisonnement

Dans ce cas, la suite des sommes : $5+6$; $6+7$; $5+7$; $6+8$, associée à la consigne:
« **Calculer à l'aide des formules connues** » (*chaque nouvelle formule établie devenant susceptible de servir pour les suivants*), constitue un assortiment pour l'élève. »

*Le terme « formule » désigne un fait numérique à faire mémoriser

Exemple des assortiments didactiques

- **Phase d'échauffement**: (résultats connus et qui seront utilisés dans les phases suivantes : doubles, amis du 10, la numération)
 $5+5$; $10+1$; $4+4$; $6+6$; $7+3$; $10+2$; $6+4$; $10+4$;
- **Phase d'entraînement** à une procédure déjà abordée (les presque doubles, ajouter 1) : $12+1$; $5+6 = 5+5+1$; $7+1$; $6+7 = 6+6+1$
- **Phase de calcul réfléchi / étape d'apprentissage** ($5+7$; $6+8$)
 $5+7 = 5+5+2$ ou $5+6+1$ ou $5+5+2$ ou $7+3+2$ ou encore $6+7-1$
 $6+8 = 6+6+2$ ou $6+4+4$ ou $8+2+4$ ou $6+7+1$
- **Phase de retour au calme** : $2+2$; $10+3$; $6+1$

Réactivation des formules

Décompositions

Commutativité

Favoriser des stratégies de calculs variées

relation entre les nombres

Exemple de séquence: Les presque doubles

	J1	J2	J3	J4	J5	..S
Echauffement	Donner le successeur	Donner le prédécesseur	Doubles par furet	Doubles par furet (varier 2x3 double de 3 ou 3+3)		R E V I S I O N
Calcul automatisé	Doubles	Doubles	Automatisation de la stratégie du presque double	Automatisation du résultat (chrono)		
Calcul réfléchi	Explicitation des stratégies. Choix de s'entraîner à passer par le double (inf)	Explicitation de la procédure de s'entraîner à passer par le double (inf et sup)	Addition à trou $6 + \dots = 13$	Problème On cherche le nombre de billes au total. Julie a 6 billes et Paul a 7 billes. Combien ont-ils de billes en tout ?	4 calculs à l'oral	
Etapes d'apprentissage	Explicitation	Explicitation Ou Entraînement	Entraînement <i>Evaluation formative</i>	Réinvestissement	Evaluation	

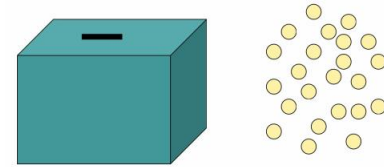
Les activités et jeux de référence

Jeux de référence



Le jeu du furet
(compter de n en n)

Restituer les tables
connues rapidement



Le jeu de
la boîte

Entraînement à la
résolution de problèmes
arithmétiques oraux

+ fichier jeux téléchargeable sur le Magistère

Les activités et jeux de référence

Jeux possibles...

Le jeu du furet (compter de n en n)

Le jeu du furet est un jeu où on fait dire des nombres à tour de rôle aux élèves en respectant une règle.



Comment?

Interroger aléatoirement ou non
Attention au facteur émotif...

Support ardoise sur les premières séances
(apprentissage, apprendre à anticiper)

Supports possibles (validation / aide aux élèves)

compteurs, file numérique,
tableau des nombres

Quand ?

Au début de séance, lors de
la phase d'échauffement

Pour quelles tables ?

Cibler **les points d'appuis à mémoriser**

+2 (familles des
nombres pairs/impairs)

+10 ; +5 ; +3

+ varier nombre de départ (ce qui
permet de combiner les
procédures, ex : $17+5 = 17+3+2$)

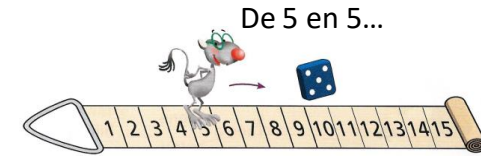
Les activités et jeux de référence

Jeux possibles...

Le jeu du furet (compter de n en n)

Autres règles utilisées :

- compter de n en n : 2 en 2, 5 en 5, 10 en 10, etc.
- compter de façon décroissante
- combinaison des précédentes...
- varier sur le nombre de départ (de 0, de 1, de 9, etc.).



Prolongements possibles / Travail en groupe, différenciation:

- Le jeu des intrus
(Ecrire une liste de nombres en précisant *le pas*, les élèves observent et doivent trouver les intrus)

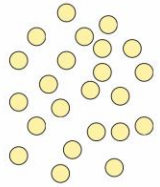
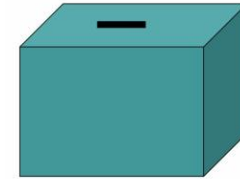
Les activités et jeux de référence

Jeux possibles...

Le jeu de la boîte

C'est actuellement une situation de référence pour une grande partie des problèmes du champ additif.

Plusieurs modalités existent en lien avec la typologie de Vergnaud



Compétences :

- Comprendre que l'anticipation est possible et être capable d'utiliser cette possibilité d'anticipation pour choisir ou décider entre plusieurs possibilités d'action.
- Être capable d'élaborer des procédures de résolution pour produire de telles anticipations
- Favoriser l'abandon du recomptage au profit du sur comptage ou du recours à des résultats mémorisés.

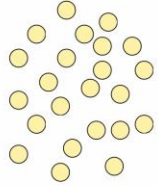
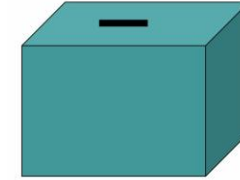
Matériel :

- Une boîte opaque visible des enfants Des jetons ou des cubes

Les activités et jeux de référence

Jeux possibles...

Le jeu de la boîte



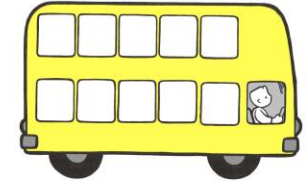
Principales variables:

- La modalité du jeu et la nature de ce qui est recherché.
- Le champ numérique (il dépend du niveau des élèves.
- Exemple: nombres inférieurs à 10 en début CP
- La taille relative des nombres: par exemple, dans le cas d'un problème de transformation d'états, ajout ou retrait de petits ou grands nombres
- Exemples: ajout ou retrait de 3 unités à 12 en CP, ajout ou retrait de 53 unités à 67 en CE2
- Le matériel utilisé : billes ou jetons aux cycles 1 et 2, matériel de numération différenciant unités, dizaines, centaines au cycle 3
- L'habillage de la situation: jeu de la boîte jaune ou noire, jeu du gobelet, jeu du greli grelot,

Les activités et jeux de référence

Jeux possibles...

Le jeu de la boite



Prolongement possible du jeu de la boite: le jeu de l'autobus

- Dans le jeu de l'autobus, le maître ne dispose plus de matériel pour mimer la situation et la vérification ne peut donc pas être effective. C'est pourquoi on la proposera plutôt au cycle 3
- L'enseignant annonce le nombre n de passagers dans l'autobus. A chaque arrêt, un nombre a de passagers montent, un nombre b de passagers descendent. Les élèves doivent écrire le nombre de passagers dans l'autobus lorsque celui-ci repart.

Principales variables:

- L'ordre des transformations: dans l'énoncé, les termes montent et descendent peuvent être permutés.
- Le signe de la transformation globale: a peut être ou non supérieur à b
- La taille des nombres et les relations entre eux: par exemple, on peut commencer avec n compris entre 20 et 40 et a et b inférieurs à 10. Puis on peut choisir n entre 30 et 50 avec a et b compris entre 10 et 20...
- La complexité des calculs: passage à la dizaine ou non...



Les activités et jeux de référence

Jeux numériques

Calculatrice

Concevoir des assortiments didactiques





Les activités et jeux de référence

Merci...



Les séances d'apprentissage

A propos des séances longues de type apprentissage, il est souhaitable de varier l'organisation de la classe ainsi que les supports, écrits ou oraux

Les objectifs peuvent être:

- Rencontrer une première fois, dégager, identifier une procédure
- Faire émerger et comparer des procédures
- Travailler sur l'écriture de règles, incluant leur domaine de validité
- Travailler sur le choix de procédures

Pour que tous les élèves puissent **s'approprier certaines des procédures proposées** par d'autres, sans que le travail soit pénible, on peut, après avoir fait émerger différentes procédures, procéder en deux temps :

- Temps 1: choisir des nombres adaptés et proposer à toute la classe de calculer à « la manière de »
- Temps 2: laisser le choix de la procédure

Pour les quelques élèves en difficulté (repérés dans les activités préalables), le travail « à la manière de » doit être explicité, énoncé par ces élèves, systématisé, dans un dialogue spécifique avec eux)



Les activités et jeux de référence



Les activités et jeux de référence

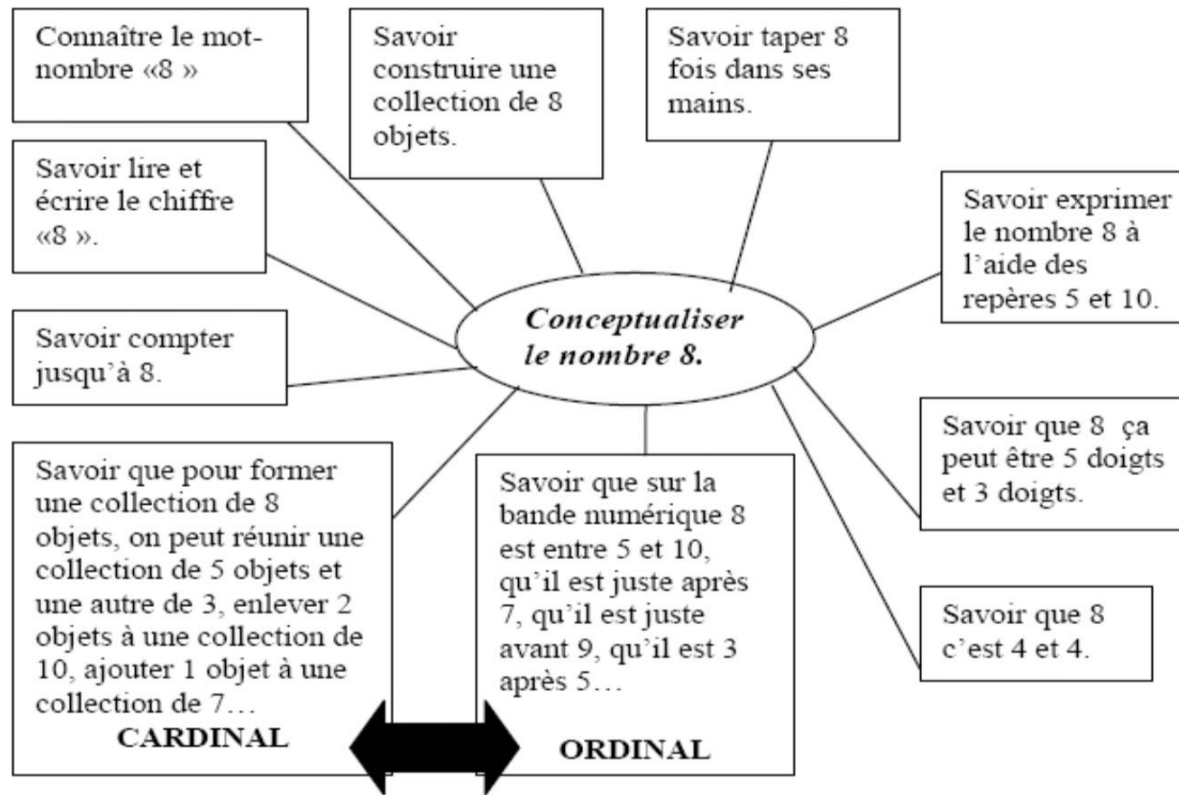


La table de Pythagore : quels points d'appui?

La table de Pythagore : quels points d'appui?

Calcul automatisé :

1- Consolider les images mentales des petits nombres



Activité : Le nombre du jour pour les CE1